

## ANALYTISKA FUNKTIONER

### DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 5.11.2009

1. Bestäm den Möbiustransformation som roterar varje punkt i  $z$ -planet en vinkel  $\theta$  runt punkten  $z_0$ .
2. Bestäm en Möbiustransformation som avbildar halvplanet  $\operatorname{Re} z > a$ , där  $a \in \mathbb{R}$ , på området  $|\omega| < 1$  i  $\omega$ -planet.
3. Bestäm alla Möbiustransformationer som avbildar reella axeln i  $z$ -planet på reella axeln i  $\omega$ -planet och har fixpunkterna  $z = 1$  och  $z = 2$ .
4. På vilket område i  $\omega$ -planet avbildas området  $0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{2}$  av funktionen  $\omega = \frac{e^{2z} - i}{e^{2z} + i}$ ?
5. Bestäm den Möbiustransformation som har fixpunkt i  $z = 1$  och som avbildar området  $D_z = \{z : |z| < 1 \text{ och } |z - \frac{1}{4}| > \frac{1}{4}\}$  på en origocentrerad cirkelring med yttre begränsning  $|\omega| = 1$ . Bestäm den inre cirkelns radie. (Ledning: Börja med att bestämma två punkter som är spegelpunkter för både  $|z| = 1$  och  $|z - \frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$ .)